文章编号:1000-4939(2023)03-0702-09

亚临界雷诺数下错列布置三圆柱体绕流特性研究

刘琼

(广东水利电力职业技术学院,510535 广州)

摘 要:基于 Fluent 采用大涡模拟(LES)方法,对亚临界雷诺数 $Re = 3\ 900$ 条件下错列布置三圆柱体结构群三维绕流问题进行了数值研究。为验证数值方法的正确性,选取单圆柱体工况来进行相关参数的验证,发现结果吻合较好。随后,重点分析了间距比(L/D)此关键参数对错列布置三圆柱体结构群流致特性的影响。相关结果表明:在小间距比范围内($1.5 \leqslant L/D \leqslant 2.0$),中下游圆柱的平均阻力系数显著小于单圆柱工况结果;当间距比为 3.0 工况下,上游圆柱的时均压力系数分布与其他间距比工况结果存在较大差异性;小间距比工况下($L/D = 1.5$),柱体群尾流区存在显著的偏斜流态;三圆柱系统的边界涡通量分布特性表明,顺流向涡主要从中游圆柱表面产生,随后进入流场中并发生变形与拉伸。

关键词:三圆柱;间距比;尾流特性;旋涡拉伸与变形;流体力系数

中图分类号:O355 **文献标志码:**A **DOI:**10.11776/j.issn.1000-4939.2023.03.023

Research on flow characteristics of staggered three circular cylinders under subcritical Reynolds number

LIU Qiong

(Guangdong Polytechnic of Water Resources and Electric Engineering, 510535 Guangzhou, China)

Abstract: Based on the commercial software Fluent, the large eddy simulation (LES) method is used to numerically study the three-dimensional flow around three circular cylinders in a staggered arrangement at $Re = 3\ 900$. In order to verify the correctness of the numerical method, a case involved in the single cylinder is selected to verify the relevant parameters. Subsequently, the key parameter of the spacing ratio (L/D) is analyzed on the influence of the flow characteristics of the staggered three-cylinder array. Within the range of the small spacing ratio ($1.5 \leqslant L/D \leqslant 2.0$), the time-averaged drag coefficient of the middle and downstream cylinders is smaller than that of single cylinder; when the spacing ratio is 3.0, the time-averaged pressure coefficient distribution of the upstream cylinders is quite different from the results of other cases; the formation of skewed flow in the wake of the three cylinder array can found at $L/D = 1.5$; the distribution characteristics of the boundary vortex flux of the three-cylinder array are given. It shows that the streamwise vortex is mainly generated on the surface of the midstream cylinder and enters the flow field

收稿日期:2022-08-19 **修回日期:**2023-04-26
基金项目:广东水利电力职业技术学院国家"双高计划"——水利水电建筑工程专业群建设资助项目(No. GZ01)
通信作者:刘琼,高级工程师。E-mail:liuqiong@gdsdxy.cn
引用格式:刘琼. 亚临界雷诺数下错列布置三圆柱体绕流特性研究[J]. 应用力学学报,2023,40(3):702-710.
LIU Qiong. Research on flow characteristics of staggered three circular cylinders under subcritical Reynolds numbe[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2023,40(3):702-710.

with deforming and stretching.

Key words: three circular cylinders; spacing ratio; wake characteristics; vortex stretching and deformation; fluid force coefficient

在实际工程中三圆柱与多柱体结构的绕流现象十分常见,如流体流过海洋管道、桥墩结构和海上平台立柱结构等。流体流过结构产生周期性流体力,对结构安全性产生重要影响。且多圆柱体结构群绕流之间的相互干扰以及复杂的流动机制使得其比单圆柱绕流要复杂得多。

目前对双圆柱体结构绕流的流动特性已有相关的研究成果,同样三圆柱体结构群绕流特性的研究也有大量报道。文献[1]对 $Re=200$ 时串列布置三圆柱体系统绕流进行了数值模拟,结果表明:柱体系统之间的间距比的差异性可导致不同涡旋脱落模式(同相或反相)。根据间距比,可将涡旋脱落模式分为 4 类,并揭示了串列布置三圆柱体之间的互扰效应。文献[2]利用嵌套网格法对 $Re=100,200$ 条件下串列布置双圆柱与三圆柱绕流进行了数值模拟。相关结果表明:圆柱的流体力系数和尾涡发展模式受间距比影响较大,下游圆柱的涡动机理随间距比的变化与中上游圆柱结果不同。

间距比与雷诺数对流动形态的影响、流体力系数和斯特劳哈尔数的影响也已被广泛研究。文献[3]对低雷诺数下,间距比 $L/D=2$ 和 $L/D=5$ 的串列三圆柱体绕流的流动特性进行了研究。结果表明:间距比和雷诺数对多圆柱绕流的流态模式和涡旋脱落频率有重大影响。文献[4]使用开发的 3-TCBS 方法对 $40\leqslant Re\leqslant 160$ 和 $L/D\leqslant 4$ 条件下并列三圆柱结构群的绕流特性进行了研究,观察到了 8 个不同的尾流模式。这 8 种尾流模式的分类取决于 Re 和 L/D。文献[5]基于四步半隐式特征分裂有限元方法(4-SICBS),对串列布置三圆柱体的流致振动(FIV)进行了数值模拟,当间距比 $L/D=5$, $Re=80$, 120,160 时,在平面剪切流中随着 Re 的增加,圆柱在横流向上的振动响应将从共振现象转变为涡流干涉。

除了对三圆柱体的流动特性进行研究分析外,许多学者还对四圆柱和多圆柱阵列的流动特性也进行了相关研究。文献[6]对串列布置 6 个方形圆柱体群的绕流特性进行了研究,分析间距比和雷诺数等参数对流场分布特性的影响,并阐述了流态模式与间距比之间的关系。文献[7]研究了双圆柱、三圆柱和四圆柱阵列的表面压力系数变化和速度功率谱的特征。文献[8]基于二阶特征分裂有限元算法对 $Re=100$ 条件下六方柱系统的绕流特性进行了二维数值模拟,主要分析了间距比对柱体系统绕流特性的影响以及对流体力系数的变化特性的影响。

现阶段,对亚临界雷诺数工况下三圆柱系统绕流问题的研究仍有进一步的探索空间。鉴于此,本研究基于商业软件 Fluent 对亚临界雷诺数($Re=3\,900$)下错列布置三圆柱的三维绕流问题进行了数值模拟研究,主要探究间距比(L/D)对三圆柱体系统的尾流模态及流体力系数的影响。此外,重点探讨了三圆柱的边界涡通量分布特性,以解释三圆柱系统的涡传输机制、涡拉伸和涡变形的机理。同时,本研究对海洋工程具有一定的应用价值。在水流对桥墩的冲击作用及稳定性问题、以及海上钻井平台立柱、运输管道等方面的安全与稳定性问题具有重要的工程研究意义。

1　数值计算理论

1.1　流体控制方程

基于大涡模拟湍流模型,通过滤波函数将大尺度涡和小尺度涡分离,大尺度涡用 N-S 方程直接求解,小尺度涡通过亚格子尺度模型建立与大尺度涡的关系进行模拟。经滤波分析后,不可压缩流体的 Navier-Stokes 方程为

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i}=0(i=1,2,3) \tag{1}$$

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t}+\frac{\partial \overline{u_i}\,\overline{u_j}}{\partial x_j}=-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i}+v\frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_j x_j}-\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}(i=1,2,3) \tag{2}$$

式中:x_i 为笛卡尔坐标 x、y、z;$\overline{u_i}$ 为滤波速度矢量分别沿 x、y、z 方向的速度分量;$\overline{p}$ 为流体所受压力;ρ 为流体密度;v 为流体黏度;$\tau_{ij}=\overline{u_i u_j}-\overline{u_i}\,\overline{u_j}$ 为亚格子应力。采用有限体积法对控制方程进行离散,并采用 SIMPLE 算法对压力与速度耦合,空间离散压力项和动量项分别为二阶格式和边界中心差分格式,瞬态方程为边界二阶隐式格式。

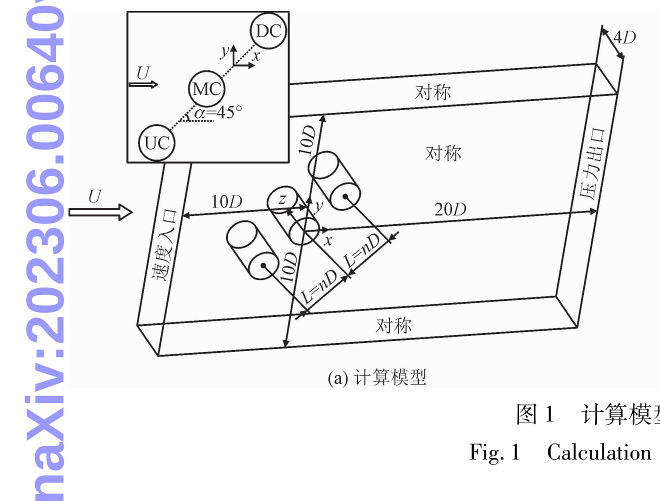
1.2　无量纲参数

相关参数计算式如下:阻力系数 $C_D=C_{Dp}+C_{Df}$

$=2F_D/(\rho U^2 HD)$，升力系数 $C_L = C_{Lp} + C_{Lf} = 2F_L/(\rho U^2 HD)$，压力系数 $C_P = 2(P - P_\infty)/(\rho U^2)$，雷诺数 $Re = (\rho UD)/\nu$，斯特劳哈尔数 $St = fD/U$。其中，F_D 与 F_L 分别为阻力与升力，C_{Dp} 与 C_{Df} 为压差阻力与黏性阻力，C_{Lp} 与 C_{Lf} 为压差升力与黏性升力；H 和 D 分别为柱体轴向高度和直径，P 为静止压力，P_∞ 为无穷远处压力且 $P_\infty = 0$，f 为漩涡脱落的频率，U 为来流速度，ρ 为流体密度，ν 为流体黏度。

1.3 计算模型与网格划分

计算模型中以 x 方向为顺流向，y 方向为横流向，z 方向为展向，展向高度 $H = 4D$，D 为圆柱直径，中游圆柱体（midstream cylinder，MC）圆心坐标设为计算域原点。模型边界条件设置为：入口边界为速度入口；出口边界为压力出口；圆柱体结构表面为无滑移壁面边界条件；其余周边均为对称边界条件。如图1(a)所示，中游圆柱体的圆心到上下边界的距离均为 $10D$、距入口边界为 $10D$、而距出口边界为 $20D$，各圆柱体之间的间距为 nD，三圆柱的排列角度为 $\alpha = 45°$（即为三圆柱中心点连线与外流速的夹角）。计算域采用六面体结构化网格进行划分，网格尺寸为0.01，展向节点数为41，网格总数约为250万，如图1(b)所示。为了满足 y^+ 的要求，通过经验公式对靠近柱体表面的第一层网格高度进行计算。同时，为了提高数值计算的精度，运用网格加密技术对圆柱体周围区域和尾流区域进行处理，加密区域为 $6D \times 6D$，且网格由圆柱体向四周渐变。鉴于本研究亚临界雷诺数工况是 $Re = 3\,900$，故入口来流速度设为 $u = 1$ m/s，流体密度 $\rho = 1\,000$ kg/m^3，流体动力黏性系数 $\nu = 0.025\,641$ Pa·s。



(a) 计算模型

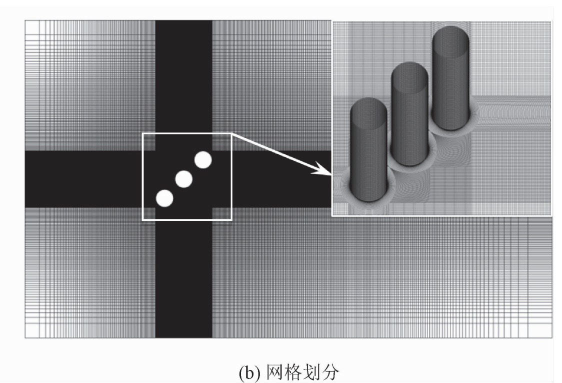

(b) 网格划分

图1 计算模型和网格划分

Fig. 1 Calculation model and meshing

2 计算参数选取及验证

2.1 计算参数分析

以单圆柱（single cylinder，SC）工况为例，本节分析了网格参数、时间步长对斯特劳哈尔数和平均阻力系数的影响，详见表1。其中Case1为时间步长的影响，Case2和Case3为圆周节点数的影响，Case4和Case5为边界层第一层高度的影响。在计算结果可靠的情况下，综合考虑数据正确性与计算资源的消耗性，本研究所有工况均选取Case1网格模型与0.005 s时间步长进行分析。

表1 时间步长、圆周节点和边界层第一层高度对平均阻力系数和斯特劳哈尔数的影响

Tab. 1 The influence of time step, circle node and first layer height of boundary layer on average drag coefficient and Strouhal number

算例	时间步长/s	圆周节点数	边界层第一层高度/mm	$C_{D\,\mathrm{mean}}$	St
Case1	0.001	240	0.318 2	0.994	0.21
Case1	0.005	240	0.318 2	1.032	0.211
Case1	0.010	240	0.318 2	1.042	0.213
Case2	0.005	160	0.318 2	1.083	0.209
Case3	0.005	320	0.318 2	1.052	0.203
Case4	0.005	240	0.159 1	1.061	0.219
Case5	0.005	240	1.272 8	0.968	0.228

时间步长需符合库朗数计算公式要求：$\Delta t = (\mathrm{CFL})\Delta x/U$，通过计算可知时间步长取 0.005 s 可满足库朗数要求。本研究所有的 y^+ 值均小于 1，其 y^+ 值可由公式 $y^+ = u_* \Delta y_1/\nu$ 计算可得，其中 u_* 是壁面摩擦速度，Δy_1 是第一层边界层网格厚度。另外，本研究数据采集均在 $t = 290$ s 以后，每隔 0.005 s 采样一次，共取 10 s。

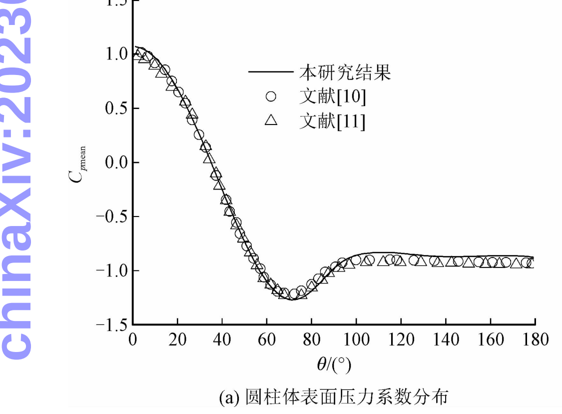
2.2　算例验证

表 2 给出了 $Re = 3\,900$ 时单圆柱平均阻力系数和斯特劳哈尔数与已有文献对比结果，发现本研究结果与文献结果吻合较好，误差均在 5% 以内，这论证了本研究数值方法的正确性。图 2(a)给出了单圆柱体中间截面高度处表面的时均压力系数与已有文献对比情况，由于圆柱表面压力沿上下两侧为对称分布，故只取截面一半。本研究计算结果与文献[9-11]结果基本吻合，圆周表面时均压力系数变化趋势基本一致，仅数值上存在细小差异。这表明本研究所采用数值方法具有一定的正确性与可靠性。另外，图 2(b)分别给出了单圆柱体在近尾流区($x/D = 0.58$)和远尾流区($x/D = 2.02$)的时均速度分布情况，与文献[12-13]结果吻合较好。因此，这进一步论证了本研究数值方法的适用性。

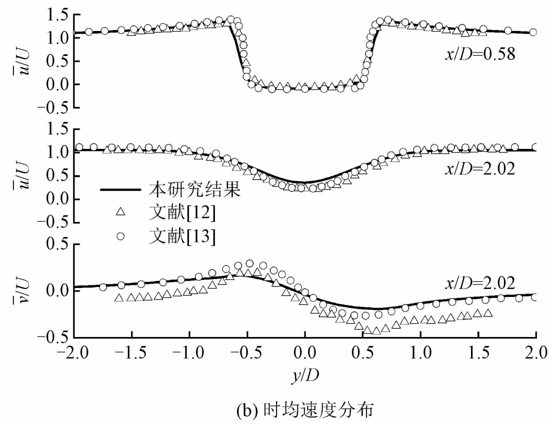
表 2　$Re = 3\,900$ 工况下单圆柱的平均阻力系数和斯特劳哈尔数与相关文献的对比

Tab. 2　Comparison of the average drag coefficient and Strouhal number of a single cylinder with related literature results at $Re = 3\,900$

	湍流模型	Re	$C_{D\,\mathrm{mean}}$	$C_{L\mathrm{r.m.s}}$	St
本研究结果	LES	3 900	1.032	0.262	0.211
文献[9]	VMS-LES	3 900	1.000	0.277	0.219
文献[10]	LES	3 900	1.016	–	0.215
文献[11]	LES	3 900	1.050	–	0.210



(a) 圆柱体表面压力系数分布



(b) 时均速度分布

图 2　圆柱体表面压力系数与尾流时均速度分布对比分析

Fig. 2　Comparison of the surface pressure coefficient of a cylinder and the time-averaged velocity distribution of the wake

3　计算结果与分析

本章对排列角度为 45°的错列布置三圆柱结构群中上游圆柱(upstream cylinder, UC)、中游圆柱(midstream cylinder, MC)和下游圆柱(downstream cylinder, DC)所受的流体力及其周围流场分布特性进行分析，并与单圆柱工况结果进行对比分析。

3.1　流体力系数分析

本节对错列布置三圆柱体结构群的流体力系数统计值随间距比的变化规律进行了分析，并与单圆柱体工况结果进行了对比。当柱体结构的间距比小于 3.5 时，UC 的平均阻力系数呈现逐渐减小的趋势，但其始终大于单圆柱体结果，如图 3(a)所示。同时，给出了文献[14]中错列双圆柱的数值结果来对比分析；发现在间距比 $L/D \leqslant 2.0$ 时，本研究结果与文献结果存在一定差异，当间距比 $L/D \geqslant 2.5$ 时，文献结果接近于本研究结果，这主要是由于文献中的计算模型、湍流模型与雷诺数等参数的差异所致。在此间距比范围内，MC 与 DC 的 $C_{D\,\mathrm{mean}}$ 值逐渐增大，且当 $L/D > 2.5$ 时，MC 与 DC 的阻力平均值显著大

于单圆柱体结果。当间距比进一步增大，三圆柱体结构群的 $C_{D\text{mean}}$ 值逐渐趋近于单圆柱体工况结果。这主要是由于圆柱体结构群之间的间隙区增大，使得圆柱体的尾流得以充分发展，类似于单圆柱流动情形。值得注意的是，随着柱体系统的间距比变化，UC 的阻力均方值始终小于单圆柱结果，如图 3(b) 所示。流体系数的均方根值大小反映了相应流体力的脉动性强弱。由此可知，三圆柱系统中 MC 与 DC 的存在对 UC 的阻力脉动性具有抑制作用。在间距 $L/D=1.5\sim3.0$ 范围内，MC 的阻力均方根值亦小于单圆柱结果，当间距比大于 3.0 时，MC 的阻力均方根值出现跳跃性变化且其数值显著大于单圆柱工况结果。而下游圆柱的 $C_{D\text{r.m.s}}$ 值在间距比为 2.0 时出现跳跃性变化，且当间距比继续增大时，DC 的 $C_{D\text{r.m.s}}$ 值亦大于 SC 结果。UC 的升力系数均方根值随着间距比增大总体呈现上升趋势，在 $L/D=5$ 工况出现转折点，如图 3(c) 所示。UC 的升力系数均方根值始终小于单圆柱工况结果，这与 UC 的阻力均方根值随间距比变化趋势一致。在间距比 $L/D=3.5\sim4.5$ 范围内，MC 与 DC 的升力系数均方根值显著大于 SC 工况结果。另外，可发现文献[14]的数值计算结果与本研究结果相接近。

为进一步分析柱体系统的流动阻力特性，图 4 给出了各柱体的黏性阻力与压差阻力随间距比变化结果，其中柱体的总阻力等于黏性阻力与压差阻力之合。压差阻力显著大于黏性阻力值且三圆柱系统中柱体结构的差压阻力占主导地位。UC 的压差阻力随间距比变化在 $L/D=1.5$ 工况达到最大值 ($C_{\text{Dp}}=1.4$)，随间距比增大又呈现减少趋势，如图 4(a) 所示。同样，UC 的黏性阻力在 $L/D=1.5$ 工况达到最小值，随间距比增大呈现上升趋势。MC 的压差阻力随间距比变化呈现无规律形态，而黏性阻力在间距比范围 $L/D=1.5\sim6.0$ 范围表现出增大趋势，如图 4(b) 所示。DC 的压差阻力与黏性阻力在间距比 $L/D=1.5$ 工况达到最小值 ($C_{\text{Dp}}=0.78$ 与 $C_{\text{Df}}=0.027$)，如图 4(c) 所示，在 DC 阻力成分分析中黏性阻力数值基本为正值，这与 UC、MC 的结果存在一定差异。

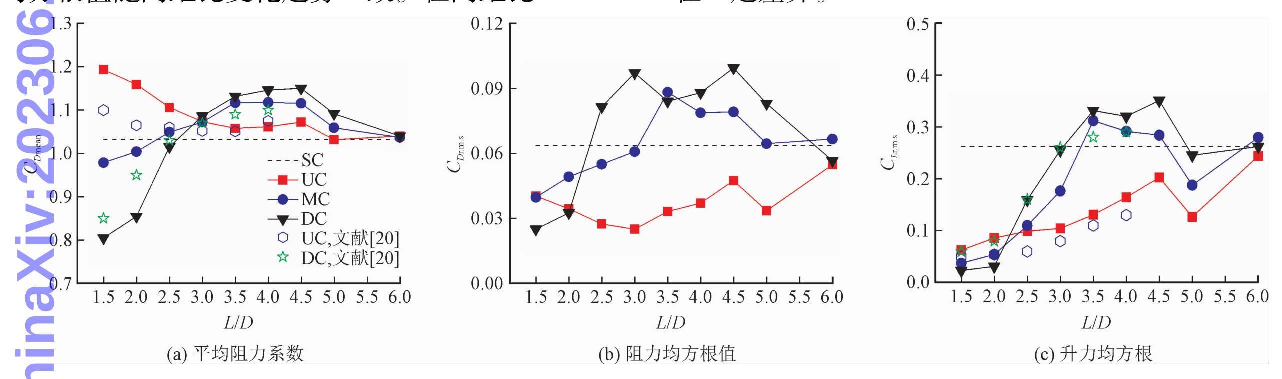


图 3　错列布置三圆柱体流体力系数随间距比的变化

Fig. 3　Variation of fluid force coefficient of three cylinders staggered arrangement with spacing ratio

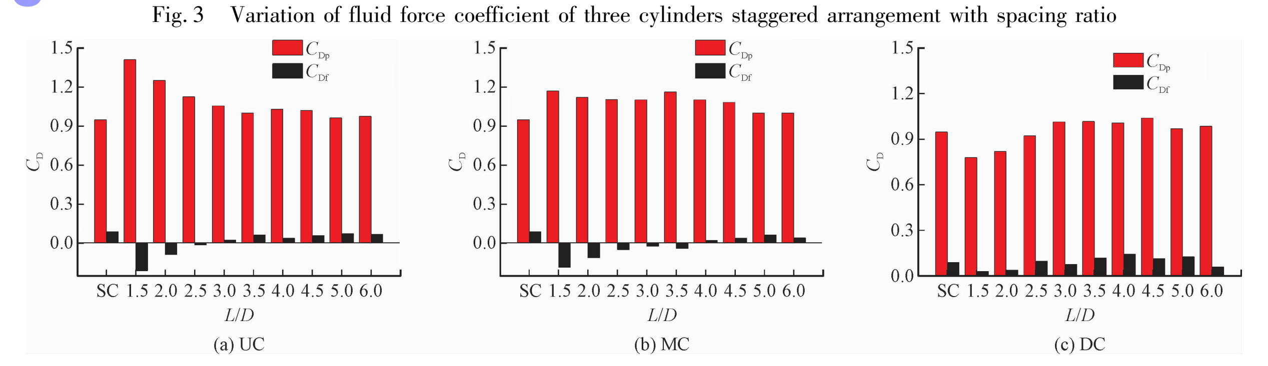


图 4　错列布置三圆柱体的压差阻力与黏性阻力随间距比的变化

Fig. 4　Variation of pressure difference drag and viscous drag of three cylinders in staggered arrangement with spacing ratio

3.2　压力系数分布

柱体结构的流体力系数与其表面压力系数存在相关性，其中圆柱表面压力系数为柱体的压差阻力提供主要贡献，因而分析三圆柱系统的柱体表面压力系数具有重要意义。图 5 给出了高度截面 $Z/H=0.5$ 处不同间距比工况柱体表面压力系数分布图。除了间距比 $L/D=3.0$ 工况，各工况下 UC 的压力系

数分布特性相类似,如图 5(a)所示。间距比为 3.0 工况下,UC 的压力系数最小值(C_{pmean} = −1.12)小于 SC 工况结果与其他间距比工况结果,而其所对应的角度显著大于其他工况结果,这说明。值得注意的是,小间距比工况(L/D = 1.5)的压力系数最大值显著小于其他工况结果。同样在小间距比工况,中游圆柱的最大压力系数显著小于其他工况,如图 5(b)所示。在间距比为 3.0 时,MC 的压力系数的最小值显著小于其他工况,在角度大于 130°时,压力系数保持相对稳定。DC 的压力系数最小值同样小于其他工况结果,且所对应的角度小于其他工况,这表明在此间距比工况下 DC 的边界层分离提前发生,如图 5(c)所示。

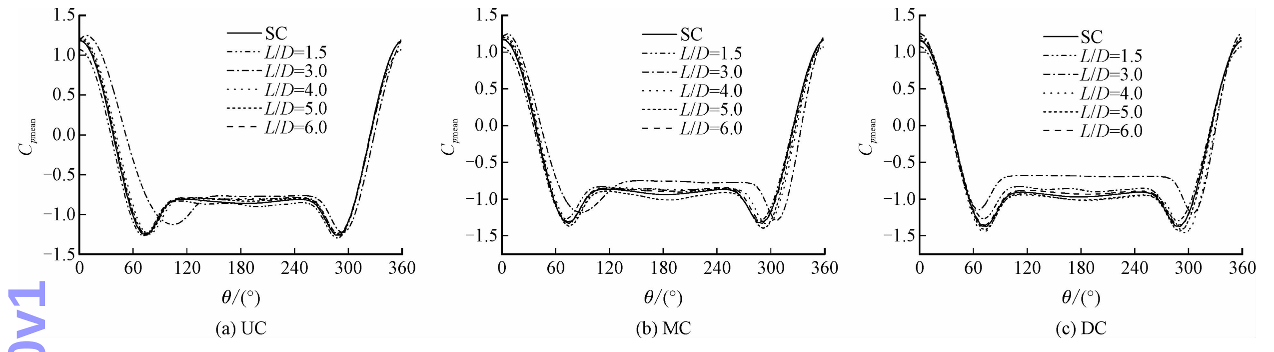


图 5　不同工况下,错列布置三圆柱体的压力系数分布特性

Fig. 5　Pressure coefficient distribution characteristics of three staggered cylinders at different cases

3.3　时均流场分布特性

以柱体中间高度 Z/H = 0.5 截面为分析对象,本节将进一步探讨三种典型间距比工况下(L/D = 1.5,3.0,5.0),三圆柱体结构群时均流场分布特性。在小间距比工况,三圆柱的尾流模式呈现出偏斜流模式,并将此定义为偏斜流态[15],如图 6(a)所示。实际上,柱体结构偏斜流态的形成与其自身的时均压力分布特性相关,其中偏斜流态的偏斜度与偏斜方向由柱体结构表面驻点(柱体结构表面压强最大值与剪应力为零所对应的位置[16])位置决定。当流体流过柱体群狭窄的间隙区后经过加速后形成这种偏斜流态。小间距比工况下,柱体之间的互扰效应较为强烈,其表现在各柱体尾流区漩涡互相干扰从而进一步影响流体力系数的变化特性。UC 与 MC 的尾流区偏斜流态十分显著,而 DC 的尾流区宽度与长度显著增大,因而 DC 的漩涡脱落发生在尾流区相对较远处,进而可导致柱体压差阻力减少,这与前面图 3(a)的分析结果相类似。

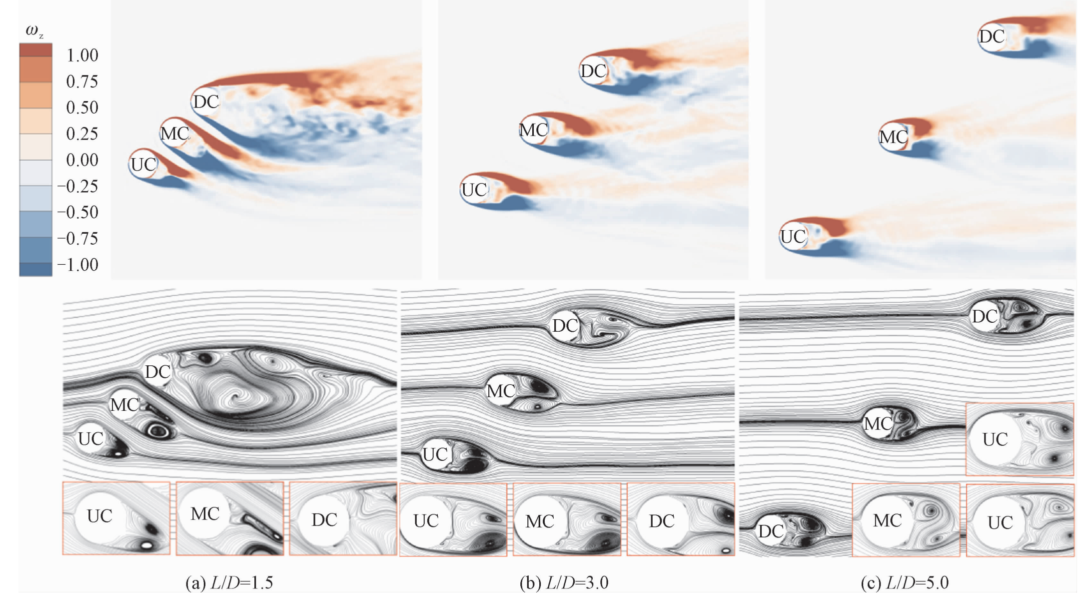


图 6　不同间距比工况下,三圆柱系统的时均涡量 ω_z 和流线图分布

Fig. 6　Time-averaged vorticity (ω_z) and streamline of three-cylinder system under different spacing ratios

当间距比增至3.0时，柱体间隙区域高速流动的流体逐渐转变至正常流速流动，UC与MC的尾流区偏斜流态的偏斜角度有所减弱，且下游圆柱DC的尾流区宽度与长度缩小至与MC结果接近，如图6(b)所示。从三圆柱系统的时均流线图中可观察到UC的尾流区近壁面附近存在部分小尺度的二次涡(secondary vortex，SV)，这种二次涡的存在会影响柱体结构的泄涡特性。同样在MC的尾流区近壁面处可显著观察到小尺度的二次涡。

当间距比继续增至5.0时，柱体群系统尾流区偏斜流现象逐渐消失，如图6(c)所示。UC的尾流形态从偏斜流态转变为正态，且其尾流得以充分发展形成漩涡并向下游脱落，并进一步向下游运输。值得注意的是，UC的尾流区域近壁面附近区域的小尺度二次涡现象更为显著。同样MC的尾流形态转变为正态，其尾涡分布沿来流方向的圆柱中心线呈现对称分布，且尾流区长度显著小于UC与DC结果。

以小间距比工况为例，为进一步探究$\alpha=45°$错列布置三圆柱体结构群的流体力三维特性。图7给出了$L/D=1.5$工况下，圆柱体结构流体力系数的时空分布。UC的升力系数与阻力系数时空分布图呈现出周期性变化，如图7(a)所示。这主要由于UC的尾流充分发展且交替脱落，从而导致其表面流体力呈周期性变化。另外，时空分布图中的线条颜色的深浅表示流体力系数的数值大小，其中升力系数时空分布图中细丝状的线条宽度与其自身的涡脱落周期相对应。值得注意的是，UC的升阻力系数时空分布图呈现显著的周期性变化，特别是在沿柱体高度方向，呈现出剧烈的三维效应。MC的阻力系数的时空分布图同样呈现出强烈的三维特性，如图7(b)所示，其升力系数的时空分布表现出显著的周期性变化。相关学者[17]对低雷诺数下的二维多柱体结构绕流特性进行了数值研究，但在柱体结构的三维流动特性与流体力特性刻画方面存在一定局限性。DC的流体力系数时空分布特性呈现出较大紊乱性，这与其尾流区偏斜流动模式密切相关，如图7(c)所示。

图7　$L/D=1.5$时，各柱体阻力系数(上排)和升力系数(下排)时空分布特性

Fig. 7　The space-time distribution characteristics of the drag coefficient (top row) and lift coefficient (bottom row) at $L/D=1.5$

3.4　边界涡通量分布特性

由于圆柱体尾流特性与柱体结构流体力学特性主要和尾涡的演化模式有关，因此，探究流场中尾涡的来源十分有意义。在不可压缩的流体中，涡结构只能在无滑移表面上产生并扩散至流场中。边界涡通量(boundary vorticity flux，BVF)表示单位面积和时间在结构表面上产生涡旋的速率[18]，由下式计算可得

$$\boldsymbol{\sigma}=v\sum\boldsymbol{n}=v(\boldsymbol{n}\cdot\nabla)\omega \tag{3}$$

式中：$\sum$是结构壁面上的涡量梯度张量；$\boldsymbol{n}$是单位法向矢量；$\boldsymbol{\sigma}$是3×1的矢量。边界涡旋通量的3个分量($\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z$)表示3个涡量分量($\omega_x,\omega_y,\omega_z$)的来源，其无量纲形式可以表示为$\sigma_i=\sigma'_i/(\rho U^2)$。

图8给出了单圆柱工况结果柱体表面的涡拉伸项分布示意图。其中柱体表面主涡(primary vortex，PV)为大尺度附着涡，二次涡(SV)为小尺度附着涡。

图9(a)给出了不同间距比工况下，错列布置三圆柱体结构群中各圆柱体结构表面的边界涡通量分布。在小间距比工况下($L/D=1.5$)，涡通量σ_x与

σ_y主要集中于 MC 表面，这表明顺流向涡与横流向涡主要从 MC 表面扩散至流场中。边界涡通量在 UC 与 DC 表面分布值大小基本为 0。UC 表面涡通量 σ_z分布沿着来流方向柱体中心线呈现对称形式，这表明柱体的自由剪切层主要从柱体上下两侧形成并发展至流场中。另外，由于在柱体群间隙区形成了较多的二次涡，导致涡通量 σ_z的分布较紊乱。

当间距比增至 3.0 时，涡通量 σ_x与 σ_y在 UC 表面分布较弱，而 MC 与 DC 表面的涡通量 σ_x与 σ_y分布较强。这表明大尺度的旋涡主要从中下游圆柱表面扩散至流场中。UC 表面涡通量 σ_z的分布较为光滑平整，而 MC 与 DC 表面涡通量 σ_z分布较为紊乱。

当涡旋从圆柱体结构表面脱落进入流场时，涡旋会经历拉伸与变形阶段，从而导致其涡通量 σ_z转换为 σ_x。因此，掌握涡通量 σ_z与 σ_x之间的转换规律非常重要，同时，涡通量 σ_x对涡旋的抑制有重要作用。为了进一步分析涡运输机理，引入涡拉伸项 $P1 = \bar{\omega}_x(\partial\bar{U}/\partial x)$ 和涡变形项 $P2 = \bar{\omega}_y(\partial\bar{U}/\partial y) + \bar{\omega}_z(\partial\bar{U}/\partial z)$ 用于研究顺流向涡 ω_x的输运机理[19]，计算公式为

$$\frac{\mathrm{d}\bar{\omega}_x}{\mathrm{d}t} = \bar{\omega}_x\frac{\partial\bar{U}}{\partial x} + \bar{\omega}_y\frac{\partial\bar{U}}{\partial y} + \bar{\omega}_z\frac{\partial\bar{U}}{\partial z} + \nu\nabla^2\bar{\omega}_x \quad (4)$$

图 9(b)给出了错列布置三圆柱体结构群表面 $P1$ 和 $P2$ 分布特性。随着间距比变化，三圆柱体结构群涡拉伸和变形机理具有较大的差异。实际上，$P1$ 和 $P2$ 项分别反映顺流向涡 ω_x的拉伸程度与变形程度，$P1 + P2$ 表示 ω_x的拉伸项与变形项综合影响程度。$P1$ 与 $P2$ 项的分布沿着三圆柱表面呈现反对称分布。在小间距比工况下，$P1$ 与 $P2$ 项主涡(PV)分布主要集中于 MC 与 DC 表面。$P1 + P2$ 合项的改变会导致主涡分布强度减弱，其中主要表现为涡拉伸机制与涡变形机制相互抵消，最终诱导 SV 的形成。而 $P1 + P2$ 合项的 PV 分布在圆柱体表面几乎为 0。当间距比增至 3.0 时，三圆柱表面的 $P1$ 与 $P2$ 项 PV 分布较多；不同的是，MC 与 DC 表面的大尺度 $P1$ 与 $P2$ 项 PV 与 SV 分布均较多。三圆柱表面的 $P1 + P2$ 合项主涡分布与二次涡分布基本为 0。

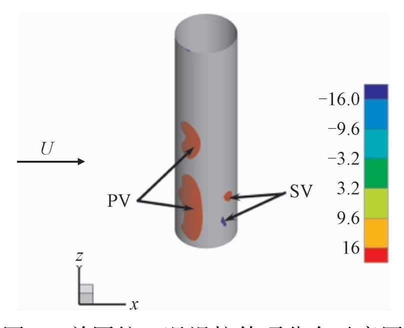
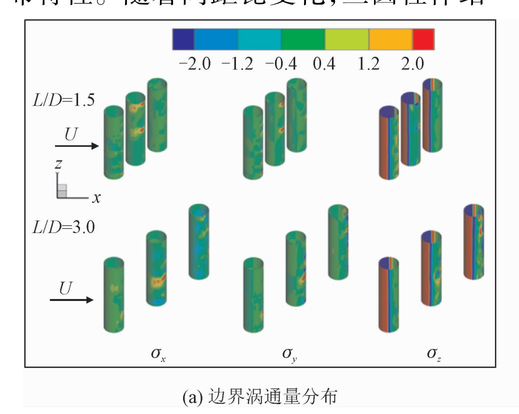
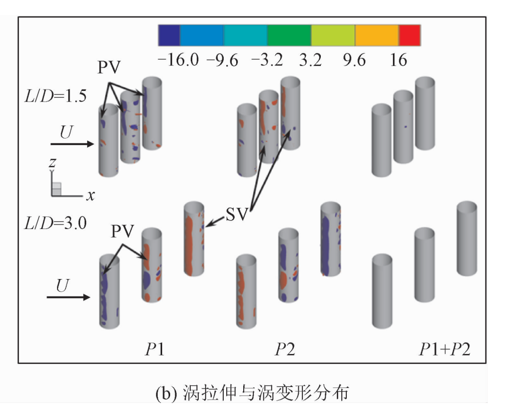


图 8　单圆柱工况涡拉伸项分布示意图

Fig. 8　The distribution of the vortex stretching term of the circular cylinder



(a) 边界涡通量分布



(b) 涡拉伸与涡变形分布

图 9　当 $L/D = 1.5$ 与 3.0 时，三圆柱系统的边界涡流通量瞬时分布以及涡拉伸项和涡变形项分布

Fig. 9　The instantaneous distribution of the boundary vortex flux and the distribution of the vortex stretching and vortex turning terms of the three - cylinder array at $L/D = 1.5$ and 3.0

4　结　论

本研究对 $Re = 3\,900$ 下，排列角度为 $\alpha = 45°$ 布置三圆柱体结构群的三维绕流问题进行了数值计算。分析了三圆柱系统的流体力系数随间距比的分布特性，随后探究了流场分布特性，并解释了相关涡动机理，重点揭示了涡旋发展传播的演化规律。主要结论如下。

1) 中下游圆柱体的平均阻力系数随间距比变化先呈现上升趋势，随后逐渐接近单圆柱体工况结果。而上游圆柱的阻力系数均方根值与升力系数均方根

值随间距比变化始终小于单圆柱体工况结果。间距比为 3.0 工况的时均压力系数分布模式与其他工况结果存在较大差异性。

2)在小间距比工况,三圆柱系统的尾流区存在显著的偏斜流态模式,随间距比增大,这种偏斜流态模式逐渐转变正常态。同样在小间距比工况下,柱体间隙区存在显著的小尺度二次涡,对柱体之间的互扰效应具有重要影响。

3)三圆柱表面的边界涡通量分布模式与其旋涡来源以及运输模式存在紧密联系。在小间距比工况下,顺流向涡主要从中游圆柱发展至流场中,并在流场中发生变形与拉伸转变为其他方向的旋涡。

参考文献:

[1] ALAM M M,ZHENG Q,DERAKHSHANDEH J F,et al. On forces and phase lags between vortex sheddings from three tandem cylinders[J]. International journal of heat and fluid flow,2018,69:117-135.

[2] HARIMI I,SAGHAFIAN M. Numerical simulation of fluid flow and forced convection heat transfer from tandem circular cylinders using overset grid method[J]. Journal of fluids and structures,2012,28:309-327.

[3] HARICHANDAN A B, ROY A. Numerical investigation of low Reynolds number flow past two and three circular cylinders using unstructured grid CFR scheme[J]. International journal of heat and fluid flow,2010,31(2):154-171.

[4] HAN Z L,ZHOU D,TU J H. Laminar flow patterns around three Side-By-Side arranged circular cylinders using Semi-Implicit Three-Step Taylor-Characteristic-Based-Split (3-TCBS) algorithm[J]. Engineering applications of computational fluid mechanics,2013,7(1):1-12.

[5] TU J H,ZHOU D,BAO Y,et al. Flow-induced vibrations of two circular cylinders in tandem with shear flow at low Reynolds number[J]. Journal of fluids and structures,2015,59:224-251.

[6] SEWATKAR C M,PATEL R,SHARMA A,et al. Flow around six in-line square cylinders[J]. Journal of fluid mechanics,2012,710:195-233.

[7] GUILLAUME D W,LARUE J C. Investigation of the flopping regime with two-,three- and four-cylinder arrays[J]. Experiments in fluids,1999,27(2):145-156.

[8] BAO Y,ZHOU D,TU J H. Flow interference between a stationary cylinder and an elastically mounted cylinder arranged in proximity[J]. Journal of fluids and structures,2011,27(8):1425-1446.

[9] OUVRARD H, KOOBUS B, DERVIEUX A, et al. Classical and variational multiscale LES of the flow around a circular cylinder on unstructured grids[J]. Computers & fluids,2010,39(7):1083-1094.

[10] BREUER M. Large eddy simulation of the subcritical flow past a circular cylinder:numerical and modeling aspects[J]. International journal for numerical methods in fluids,1998,28(9):1281-1302.

[11] MEYER M,HICKEL S,ADAMS N A. Assessment of implicit large-eddy simulation with a conservative immersed interface method for turbulent cylinder flow[J]. International journal of heat and fluid flow,2010,31(3):368-377.

[12] LOURENCO L M,SHIH C. Characteristics of the plan turbulent near wake of a circular cylinder:A partical image velocimetry study[R]. Private Communication,1993.

[13] 于定勇,赵建豪,黄东燕,等. 不同倒角半径柱体绕流数值模拟及水动力特性分析[J]. 海洋工程,2018,36(5):1-11.
YU Dingyong,ZHAO Jianhao,HUANG Dongyan,et al. Numerical simulation of flow past a cylinder with different rounded radius and analysis of hydrodynamic characteristics[J]. The ocean engineering,2018,36(5):1-11(in Chinese).

[14] TONG F F,CHENG L,ZHAO M. Numerical simulations of steady flow past two cylinders in staggered arrangements[J]. Journal of fluid mechanics,2015,765:114-149.

[15] GAO Y Y,QU X C,ZHAO M,et al. Three-dimensional numerical simulation on flow past three circular cylinders in an equilateral-triangular arrangement[J]. Ocean engineering,2019,189:106375.

[16] WILLIAMSON C H K. The existence of two stages in the transition to three-dimensionality of a cylinder wake[J]. The physics of fluids,1988,31(11):3165-3168.

[17] VU H C,AHN J,HWANG J H. Numerical simulation of flow past two circular cylinders in tandem and side-by-side arrangement at low Reynolds numbers[J]. KSCE journal of civil engineering,2016,20(4):1594-1604.

[18] LIGHTTHILL M J. Introduction:Boundary layer theory:Laminar boundary layer[M]. Oxford:University of Oxford Press,1963:46113.

[19] ZHAO M,ZHANG M M,XU J Z. Numerical simulation of flow characteristics behind the aerodynamic performances on an airfoil with leading edge protuberances[J]. Engineering applications of computational fluid mechanics,2017,11(1):193-209.

(编辑 张璐)